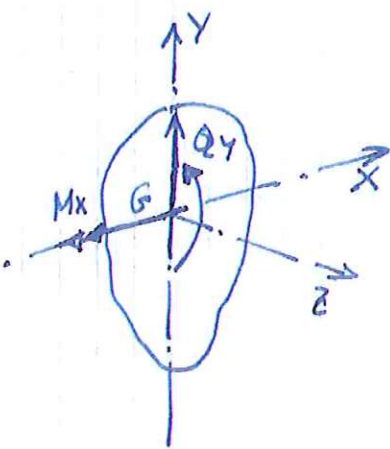


DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES EN UNA SECCIÓN DEBIDAS A LA APLICACIÓN DE UN ESFUERZO CORTANTE. FLEXIÓN SIMPLE

Estamos en un caso de flexión simple, siempre que en una sección, además de un momento flector (M_x) , exista un esfuerzo cortante (Q_y)



Estudiaremos sólo el caso de secciones con un eje de simetría como mínimo $\rightarrow$ eje Y, sobre la que actúan los esfuerzos Q_y y M_x

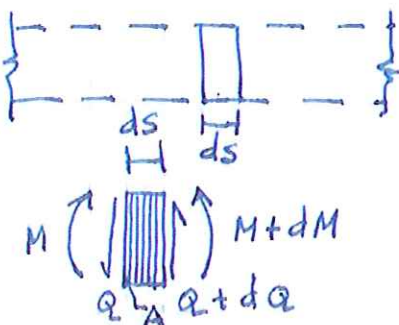
Como ya sabemos M_x produce unas tensiones normales dadas por:

$$\sigma_z = M_x \frac{y}{I_x}$$

Ahora, vamos a ver la distribución de tensiones producidas por un esfuerzo cortante Q_y que denominaremos Q

Para mayor claridad a los esfuerzos Q_y y M_x , les denominaremos Q y M respectivamente.

Consideremos una rebanada (ds) de una pieza prismática.



Al prescindir del resto de la pieza habrá que colocar sobre la rebanada los esfuerzos que ejercen los tramos de las piezas suprimidos

Al ser una rebanada de longitud ds los esfuerzos a ambos lados se diferencian en un diferencial.

$$Q \rightarrow Q+dQ \quad \text{y} \quad M \rightarrow M+dM$$

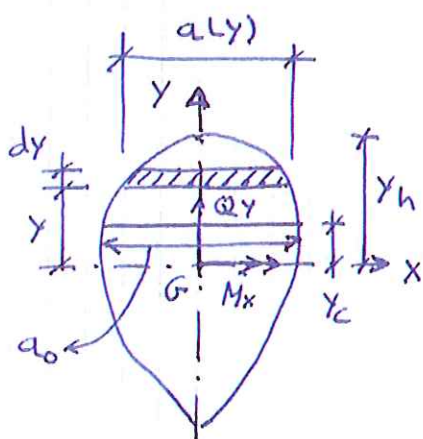
Tomamos momentos respecto al punto A

$$M - (M+dM) + (Q+dQ) \cdot ds = 0$$

Teniendo en cuenta que si $ds \rightarrow 0$ $dQ \cdot ds$ se puede despreciar, resulta:

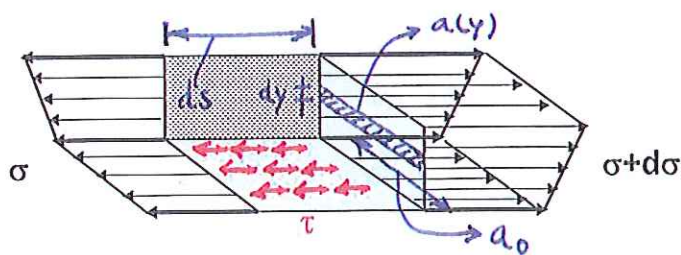
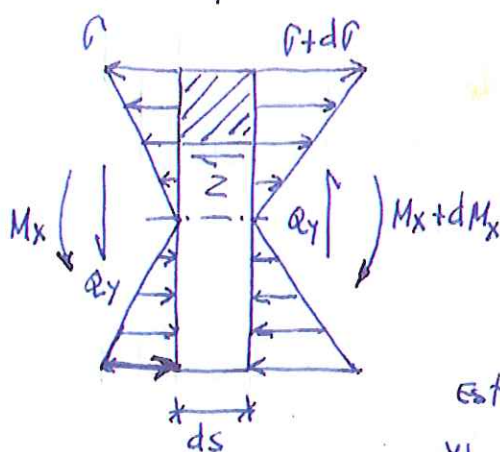
$$-dM + Q ds = 0$$

$$Q = \frac{dM}{ds}$$



Consideremos una sección sometida a un momento flector M_x y a un esfuerzo cortante Q_y

$a(y)$ ancho de la sección a la altura y



Estableciendo el equilibrio resulta:

$$\int_{y_c}^{y_h} (\tau \cdot a(y)) dy + \sigma \cdot a_0 \cdot ds = \int_{y_c}^{y_h} (\tau + d\tau) a(y) dy$$

el término $\int_{y_c}^{y_h} \tau a(y) dy$ se anula en ambos lados de la igualdad, resultando

$$\tau = \frac{M_x \cdot y}{I_x}$$

$$d\tau = \frac{dM_x \cdot y}{I_x}$$

$$\int_{y_c}^{y_h} d\Gamma a(y) dy = Z a_0 \cdot ds$$

como $d\Gamma = \frac{dM_x \cdot y}{I_x}$, $\int_{y_c}^{y_h} \frac{dM_x}{I_x} \cdot y \cdot a(y) dy = Z a_0 \cdot ds$

$\frac{dM_x}{I_x} = \text{cte}$, no es función o varía en la ordenada y

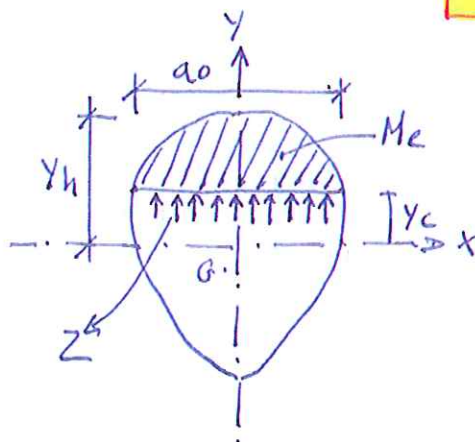
$$\frac{dM_x}{I_x} \int_{y_c}^{y_h} y a(y) dy = Z a_0 \cdot ds, \text{ despejando } Z$$

$$Z = \frac{dM_x}{ds} \frac{\int_{y_c}^{y_h} y a(y) dy}{I_x \cdot a_0} ; \frac{dM_x}{ds} = Q_y, \int_{y_c}^{y_h} y \cdot a(y) dy =$$

momento estático de la parte de la sección por encima de y_c respecto de x que pasa por el centro de gravedad

$$M_e = \int_{y_c}^{y_h} y a(y) dy$$

$$Z = \frac{Q_y M_e}{I_x a_0}$$



RESISTENCIA DE MATERIALES

RESUMEN DE FORMULAS

46

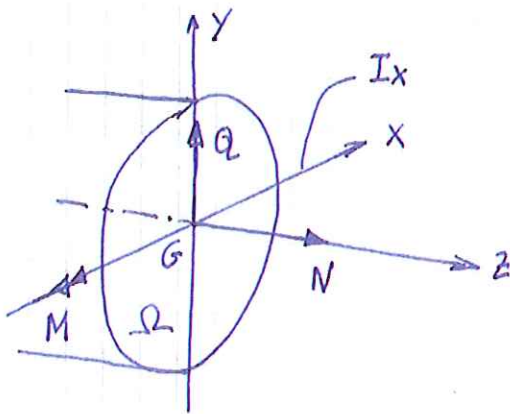
LEY DE HOOKE

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

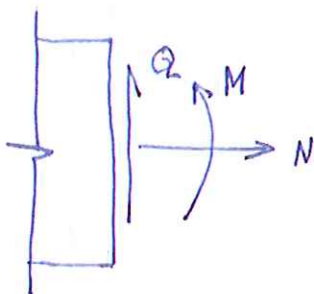
sección sometida a un axil N $\sigma = \frac{N}{\Omega} = E \cdot \epsilon = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$

Ω = Área de la sección, Δl = incremento de longitud, l = longitud inicial.

DISTRIBUCIONES DE TENSIONES



VISTA LATERAL



I_x : inercia de la sección

Ω : área de la sección

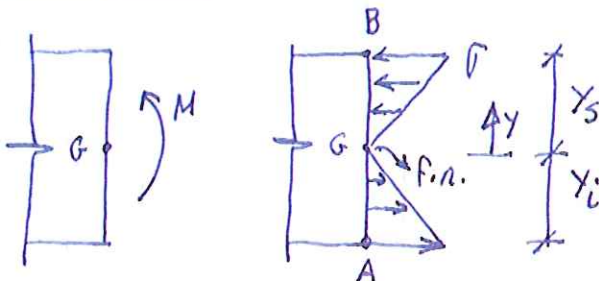
Hipótesis:

• Secciones con eje de simetría el eje Y . X, Y ejes principales de inercia que pasan por G (centro de gravedad).

• Piezas (vigas) con un plano que contiene al eje Y , y con las cargas contenidas en el plano

• N, M y Q es la terna de esfuerzos: M también se le puede denominar M_x y a Q también se le puede denominar Q_y

Flexión pura: sólo M



$$\sigma = M \frac{y}{I_x}$$

En A $y = y_i$ $\sigma_A = M \frac{y_i}{I_x}$ (tracción)

En B $y = y_s$ $\sigma_B = M \frac{y_s}{I_x}$ (compresión)

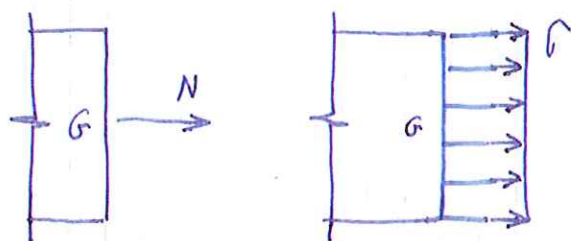
Fibra neutra (f.n.) $\sigma = 0 = \frac{M \cdot y}{I_x} \Rightarrow y = 0$ fibra del centro de gravedad (G)

Módulo resistente $W = \frac{I_x}{y} \Rightarrow \sigma = \frac{M_x}{W}$

Cada fibra tiene un módulo

$$\begin{cases} \text{En A} & W_A = \frac{I_x}{y_i} \\ \text{En B} & W_B = \frac{I_x}{y_s} \end{cases}$$

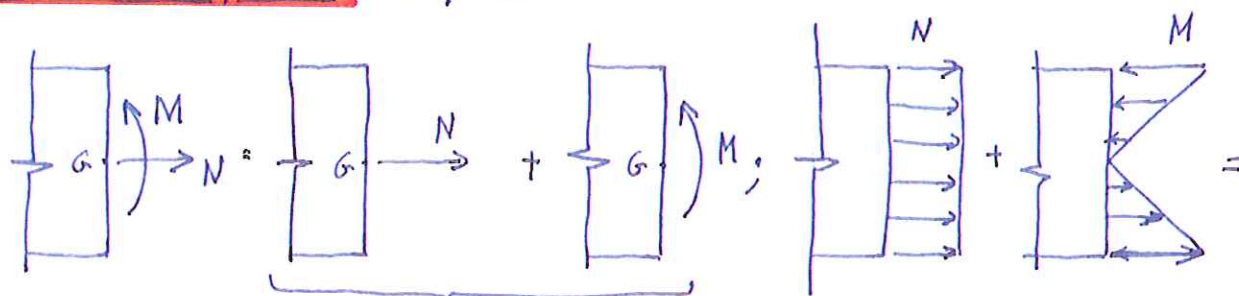
Esfuerzo axial: sólo N



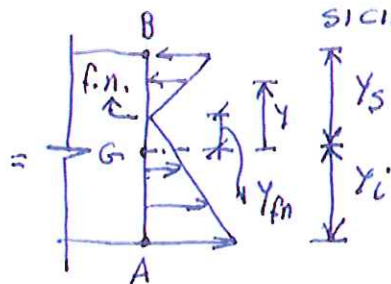
Tensión uniforme

$$\sigma = \frac{N}{Q}$$

Flexión compuesta: N y M



PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN



$$\sigma = \frac{N}{Q} \pm M \frac{y}{I_x}$$

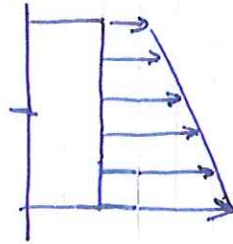
En A $\sigma_A = \frac{N}{Q} + M \frac{y_i}{I_x}$ (se suman)

En B $\sigma_B = \frac{N}{Q} - M \frac{y_s}{I_x}$ (se restan)

Fibra neutra (f.n.) $\sigma = 0 = \frac{N}{Q} - M \frac{y_{fn}}{I_x} \Rightarrow y_{fn} = \frac{N I_x}{Q M}$

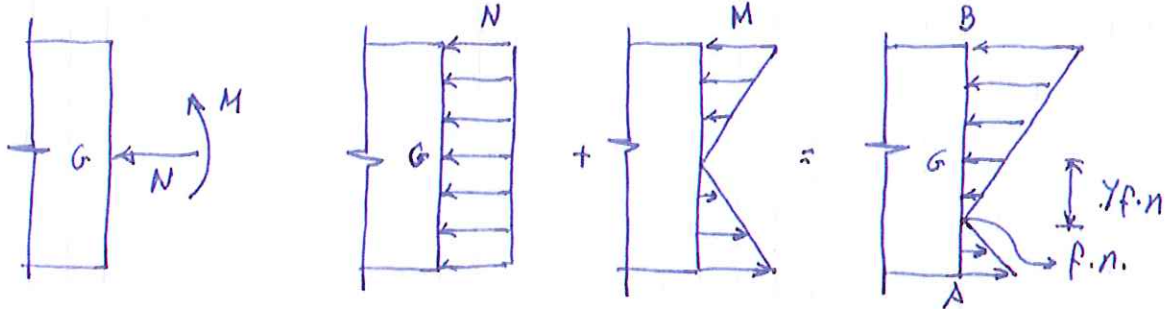
$$\frac{N}{\alpha} > M \frac{y_s}{I_x}$$

Toda la sección está en tracción



La fibra neutra queda fuera de la sección,

Caso N axial de compresión



En A $\sigma_A = \frac{N}{\alpha} - M \frac{y_i}{I_x}$ (se restan)

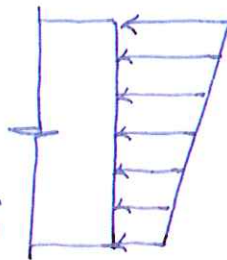
En B $\sigma_B = \frac{N}{\alpha} + M \frac{y_s}{I_x}$ (se suman)

fibra neutra $\sigma = 0 = \frac{N}{\alpha} - \frac{M y_{fn}}{I_x}$

$$y_{fn} = \frac{N I_x}{\alpha M}$$

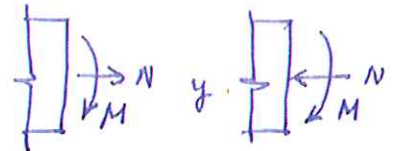
$$\frac{N}{\alpha} > M \frac{y_i}{I_x}$$

Toda la sección está en compresión

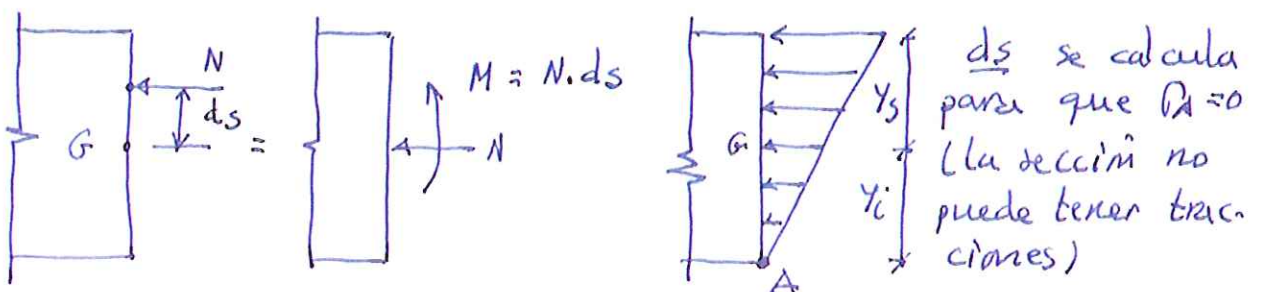


La fibra neutra queda fuera de la sección

Análogamente resulta para los casos



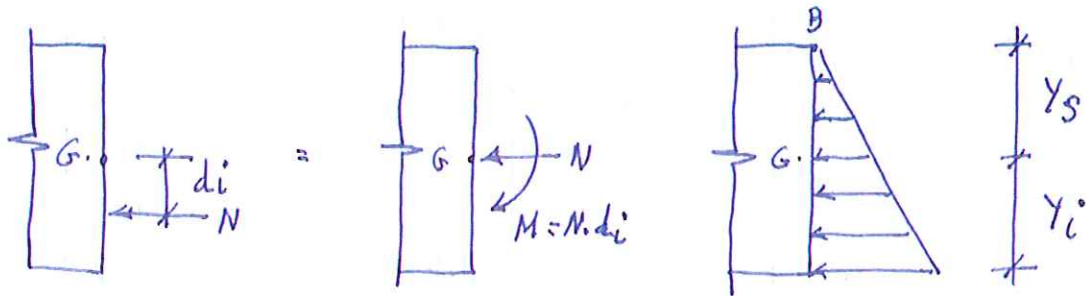
Módulo central



ds se calcula para que $\sigma_A = 0$ (la sección no puede tener tracciones)

$$\tau_A = 0 = \frac{N}{\Omega} - \frac{N \cdot ds \cdot y_i}{I_x} \Rightarrow ds = \frac{I_x}{\Omega \cdot y_i}$$

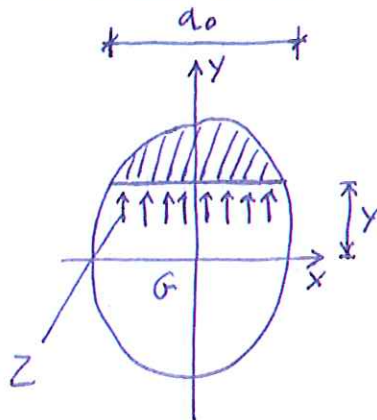
También



$$\tau_B = 0 = \frac{N}{\Omega} - \frac{N \cdot di \cdot y_s}{I_x} \Rightarrow di = \frac{I_x}{\Omega \cdot y_s}$$

Núcleo central es el ancho $ds + di$

Flexión simple: Q



Tensión tangencial $\underline{z}$ en la fibra a la altura $\underline{y}$ debido a un cortante Q_y

$$z = \frac{Q_y \cdot M_e}{I_x a_0}$$

cm I_x : inercia respecto de $\underline{x}$

a_0 : ancho de la sección a la altura $\underline{y}$

M_e : momento estático de la sección rayada respecto de $\underline{x}$